

Explicit putem scrie :

$$\begin{aligned} u_i^*(\vec{r}, t) = & \sum_{j=1}^3 [\beta_{ij}(\vec{r}) P_j(t) + \beta_{ij}^*(\vec{r}) P_j(t) * h(t) + \\ & + \beta_{ij}^{**}(\vec{r}) P_j(t) * \{h(t) e^{-\frac{3K_0 E}{n(3K_0+2E)} t}\}] \end{aligned}$$

Primit in redactie la 8 aprilie 1989

BIBLIOGRAFIE

1. L. BERG, *Einführung in die Operatorenrechnung*, Berlin, 1962.
2. M. A. GOLBERG, H. BOWMAN, *Mikusiński operators without the Titchmarsh theorem*, Amer. Math. Montrly, **87**, 7.
3. V. DITKINE, A. PROUDNIKOV, *Calcul opérationnel*, Éditions Mir., Moscou, 1979.
4. A. ERDÉLYI, *Calcul opérationnel et fonctions généralisées*, Dunod, Paris, 1971.
5. W. KECS, *The convolution product*, Edit. Academiei, Bucureşti, D. Reidel Publishing Company, 1982.
6. W. KECS, *Elasticitate și viscoelasticitate*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1986.
7. W. KECS, P. P. TEODORESCU, *Applications of the theory of distributions in mechanics*, Edit. Academiei, Bucureşti, Abacus Press, Tunbridge Wells, Kent, 1974.
8. G. KRABBE, *Operational calculus*, A. Plenum/Rosetta edition 1975.
9. E. H. LEE, *Stress analysis in Visco-Elastic Bodies*, Quarterly of Applied Mathematics, **13**, 2(1955).
10. J. MIKUSIŃSKI, *Operational calculus*, vol. I, PWN Pergamon Press, 1983.
11. J. MIKUSIŃSKI, T. K. BOEHME, *Operational calculus*, vol. II, PWN Pergamon Press, 1987.
12. W. NOWACKI, *Teoria sprzyjności*, Warszawa, 1970.
13. V. V. NOVOJILOV, *Teoria uprogosti*, Nauka, Moskva, 1958.
14. R. A. STRUBLE, *Operational Rules*, SIAM J. Math. Anal. **10**, 3 (1979).
15. L. SCHWARTZ, *Méthodes mathématiques pour les sciences physiques*, Hermann, Paris, 1961.
16. P. P. TEODORESCU, *Teoria elasticității și introducere în mecanica solidelor deformabile*, vol. 2, Edit. Dacia, Cluj-Napoca, 1979.
17. C. P. TIMOSENKO, G. GUDIER, *Teoria uprogosti*, Nauka, Moskva, 1970.
18. K. YOSIDA, *Operational calculus*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1983.

O EXTINDERE A UTILIZĂRII TRANSFORMĂRII CONFORME A REȚELELOR DE PLĂCI PLANE LA REȚELE DE FORMĂ DATĂ

de G. BERBENTE și P. GIZMAŞ

Institutul Politehnic Bucureşti

Metoda prezentată în această lucrare permite determinarea distribuției de viteze și presiuni în rețele de profile, în ipotezele curgerii neviscoase, incompresibile, potențiale, utilizând transformările conforme. Dându-se conturul profilului în rețea cu desimea (b/t) și unghiul de instalare (λ) precizate, se determină funcția care transformă conform cercul unitate ($|\zeta| = 1$) în rețea dată. Trecerea de la domeniul multiplu conex al rețelei la domeniul simplu conex se face utilizând transformarea Weinig-Manea. Extinderea metodei în cazul profilelor de grosime și curbură mare se face definind o coardă fictivă pentru a permite incadrarea punctelor profilului în banda $\frac{t}{2} \cos \lambda$. Totodată optimizarea alegării coardei fictive reduce efortul de calcul pentru determinarea transformării conforme. Viteza și distribuția de presiuni se calculează pornind de la potențialul mișcării în jurul cercului unitate.

NOTAȚII

oxy	— sistem de referință atașat coardei reale
ox, y_f	— sistem de referință atașat coardei fictive
t	— pasul rețelei
b	— coarda profilului
λ	— unghiul de instalare al rețelei
n	— numărul de puncte ale profilului
(x_c, y_c)	— centru coardei fictive în sistemul oxy
v_∞	— viteza curentului la infinit amonte față de rețea
i_∞	— incidența vitezei v_∞
\mathcal{P}	— planul rețelei de profile
\mathcal{E}	— planul elipsei deformate
\mathcal{C}	— planul cercului deformat
\mathcal{K}	— planul cercului unitate
f (indice)	— notează o mărime fictivă

1. CONSIDERĂRI INTRODUCTIVE

Extinderea metodei de trasare Carafoli la rețele de profile [1] permite obținerea unor profile interesante de turbină și compresor în ipoteza unei mișcări potențiale, incompresibile și staționare.

Metoda folosește transformarea Weinig-Manea :

$$z = \frac{t}{2\pi} \left(e^{i\lambda} \ln \frac{\zeta + R}{\zeta - R} + e^{-i\lambda} \ln \frac{R\zeta + 1}{R\zeta - 1} + B \right) \quad (1)$$

unde t este pasul rețelei, λ unghiul de instalare, ζ variabila complexă din planul cercului transformat, z variabila complexă din planul profilului și R și B constante care se determină în funcție de desimea rețelei și unghiul de instalare. Deoarece relația (1) transformă exteriorul cercului

unitate într-o rețea de plăci plane, cu metoda descrisă în [1] se obțin prin translația și omotetia cercului profile de diferite grosimi și curburi.

O îmbunătățire ulterioară a fost înlocuirea cercului deplasat cu o elipsă [2]. Modificarea poziției elipsei față de origine se face beneficiind de cinci parametri (față de trei la cerc): x_0, y_0 – centrul elipsei; a, b – semiaxele și τ – rotirea elipsei. Aceasta permite găsirea unor profile interesante. Totuși pentru un profil dat, cinci parametri nu sunt, în general, suficienți pentru descrierea proprietăților în rețea, mai ales în cazul grosimilor și curburilor mari și a rețelelor dese. De aceea vom rezolva problema invers, determinând caracteristicile aerodinamice ale unei rețele de profile date, în loc de a încerca să obținem profile posibil de a avea aplicații practice.

2. METODA DE CALCUL

2.1. DETERMINAREA TRANSFORMĂRII CONFORME

Precizind formă paletăi, desinea b/t și unghiul de instalare se va determina funcția care transformă exteriorul cercului unitate în exteriorul rețelei de profile.

Fie ζ coordonata complexă din planul \mathcal{K} al cercului transformat și z_p coordonata complexă din planul \mathcal{R} al rețelei de profile. Transformarea totală z_p va fi compusă din transformarea z dată de (1), care transformă

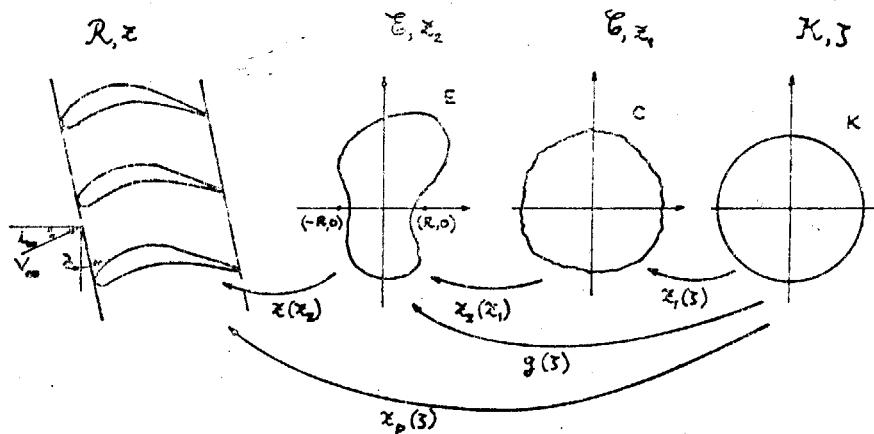


Fig. 1

rețeaua dată într-un contur E din planul complex (z_2) (fig. 1), asigurând astfel periodicitatea, și din transformarea g care transformă conturul E în cercul de rază unitate situat într-un plan $\mathcal{K}(\zeta)$ (fig. 1), adică :

$$z_p = z \circ g. \quad (2)$$

Pentru a determina transformarea g se vor calcula coordonatele

Deoarece este dificilă inversarea analitică a funcției (1), conturul E se va afla numeric printr-o metodă Newton–Raphson, al cărei punct de plecare a fost asigurat printr-o tehnică care am numit-o de „grilă” (care în această problemă a dat rezultate mai bune decât metoda gradientului) [3].

Conturul E astfel obținut are o formă oarecare. Pentru a se apropiă mai mult de cercul cu centru în originea axelor se va aplica conturului E o transformare care îl va duce în planul z conform relației :

$$z_2 = \left(z_1 - \frac{c^2}{z_1} \right) e^{i\tau} + z_0 \quad (3)$$

unde z_0 este centrul iar τ inclinarea axelor unei elipse, denumită „elipsă cea mai apropiată” de conturul E ; $c^2 = (b^2 - a^2)/4$, a și b fiind semiaxele aceleiași elipse; z_1 este coordonata complexă din planul \mathcal{C} iar z_2 coordonata complexă din planul \mathcal{E} . Elipsa cea mai apropiată de un contur este obținută determinând cinci scalari (z_0, a, b, τ) cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate.

Fie $z_1(\zeta)$ funcția care transformă conform cercul unitate ($|\zeta| = 1$) în conturul C , funcție care o alegem ca serie de puteri trunchiată la m termeni, sub forma :

$$z_1 = \sum_{j=-1}^{m-2} C_{-j} \zeta^{-j} \quad (4)$$

unde constantele complexe C_{-j} urmează a fi determinate. Se notează :

$$C_{-j} = A_{-j} + iB_{-j}; \quad A_{-j}, B_{-j} \in \mathbb{R} \quad (5)$$

După determinarea coeficienților C_{-j} , putem construi funcția :

$$g = z_2 \circ z_1 \quad (6)$$

și apoi preciza pe z_p care transformă conform cercul unitate în rețeaua de profile.

2.1.1. Determinarea elipsei celei mai apropiate de conturul E . Fie elipsa proximă :

$$ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + 1 = 0 \quad (7)$$

scrisă sub formă mai generală a unei conice.

Punctele (x_i, y_i) ale conturului E vor satisface ecuația (7) cu aproximarea ε_i , adică :

$$ax_i^2 + by_i^2 + cxy_i + dx_i + ey_i + 1 = \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

Se definește elipsa proximă ca elipsă ai cărei coeficienți a, b, c, d, e satisfac condiția de minim al sumei :

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 w_i = \min \quad (9)$$

în care w_i sunt funcții pondere iar n numărul de puncte alese pe contur. Anulind derivatele sumei S în raport cu cei cinci parametri a, b, c, d, e se obține sistemul de ecuații din care rezultă parametrii elipsei.

2.1.2. Determinarea coeficienților dezvoltării în serie. Ecuația (4) o putem scrie în coordonate polare sub forma :

$$z_1 = \sum_{j=-1}^{m-2} (A_{-j} + i B_{-j}) r^{-j} (\cos j\varphi - i \sin j\varphi) \quad (10)$$

Pentru determinarea coeficienților $C_{-j} = A_{-j} + i B_{-j}$ împărțim cercul $|\zeta| = 1$ în $2m$ părți egale (unde $m = 2^k$, $k \in \mathbb{N}$) și alegem două sisteme de puncte :

- 1) pare, pentru argument de forma $\varphi_{2j} = \frac{2j\pi}{m}$
- 2) impare, pentru argument de forma $\varphi_{2j-1} = \frac{(2j-1)\pi}{m}$

Dacă se notează $z_1(\varphi_k) = x_k + iy_k$ și se ține seama că $r = 1$, egalitatea (10) devine :

$$\begin{aligned} x_k &= \sum_{j=-1}^{m-2} A_{-j} \cos j\varphi_k + B_{-j} \sin j\varphi_k \\ &\quad k = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (12)$$

$$y_k = \sum_{j=-1}^{m-2} -A_{-j} \sin j\varphi_k + B_{-j} \cos j\varphi_k$$

Pentru a determina coeficienții A_{-j}, B_{-j} se va folosi ortogonalitatea funcției trigonometrice cu argument discret în cazul datelor egal distanțate [4]. Se înmulțește prima ecuație cu $\cos j\varphi_k$, a doua cu $-\sin j\varphi_k$, se sumează după k și se obține :

$$\begin{aligned} A_{-j} &= \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_k \cos j\varphi_k - y_k \sin j\varphi_k \\ &\quad j = -1, 0, 1, \dots, m-2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$B_{-j} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_k \sin j\varphi_k + y_k \cos j\varphi_k$$

Pentru plecare se atribuie lui x_k, y_k valorile coordonatelor ale m puncte de pe conturul C și se determină $A_{-j}^{(1)}$ și $B_{-j}^{(1)}$ pentru φ_k impară. Cu relațiile (12) se calculează punctele $(x_k^{(1)}, y_k^{(1)})$ corespunzătoare valorilor φ_k impară. Acestea în general nu se vor suprapune peste conturul C și de aceea se proiecteză punctele $(x_k^{(1)}, y_k^{(1)})$ pe C obținând $(x_k^{(1a)}, y_k^{(1a)})$. Cu acestea se determină coeficienții $A_{-j}^{(1)}, B_{-j}^{(1)}$ pentru valorile φ_k pare.

Se determină apoi $(x_k^{(2)}, y_k^{(2)})$ care se vor apropia mai mult de C decit $(x_k^{(1)}, y_k^{(1)})$, dar încă nu se suprapun peste C . Se proiecteză $(x_k^{(2)}, y_k^{(2)})$ pe C obținând $(x_k^{(2a)}, y_k^{(2a)})$ cu care se va determina $A_{-j}^{(2)}, B_{-j}^{(2)}$ pentru φ_k impară. Procesul iterativ continuă pînă cînd apropierea de curba C e considerată suficientă.

2.2. DETERMINAREA DISTRIBUȚIEI DE VITEZE

Pentru calcularea distribuției de viteze în rețea e necesar să se determine mai întîi distribuția în jurul cercului. De aceea se va calcula potențialul complex în planul \mathcal{K} , folosindu-se proprietatea ca prin transformarea conformă circulația și debitul rămîn constante. La trecerea din planul \mathcal{R} în planul \mathcal{E} condițiile de la infinit (amonte și aval) din planul rețelei se traduc prin rotosurse (surse și virtejuri) plasate în punctele $(R, 0), (-R, 0)$ și mai departe în planul cercului $\mathcal{K}(\zeta)$ în punctele transformate A și B (fig. 2). Deoarece conturul este linie de curent, vor trebui adăugate rotosurse imagine în punctele H și G , simetricele lui B și A față de cerc [5]. La aceste rotosurse se adaugă efectul circulației Γ' create ca urmare a interacțiunii dintre fluid și rețea. Folosind notația $\varphi_1 = \lambda - i_\infty$ potențialul complex în planul \mathcal{K} este [5] :

$$\begin{aligned} F(\zeta) = & \frac{tV_\infty}{2\pi} \left[e^{i\varphi_1} \ln \frac{\zeta - \zeta_B}{\zeta - \zeta_A} + e^{-i\varphi_1} \ln \frac{\zeta - \zeta_H}{\zeta - \zeta_G} \right] - \\ & - \frac{i\Gamma'}{4\pi} \ln \frac{(\zeta - \zeta_A)(\zeta - \zeta_B)}{(\zeta - \zeta_G)(\zeta - \zeta_H)} + \text{et.} \end{aligned} \quad (14)$$

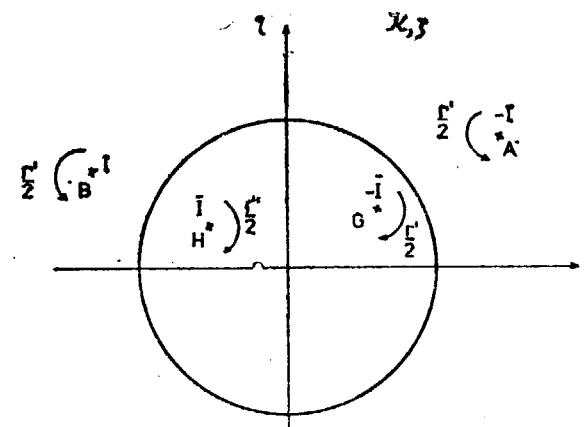


Fig. 2

Pentru determinarea circulației Γ' se utilizează condiția lui Jukovski de a avea viteză finită în bordul de fugă :

$$\frac{dF}{d\zeta} \Big|_{b.f.} = 0 \quad (15)$$

Astfel potențialul complex în planul \mathcal{K} este determinat cu excepția unei constante additive. Putem deci calcula viteza pe cerc:

$$W = \frac{dF}{d\zeta} \quad (16)$$

iar viteza de profil rezultă din relația cunoscută:

$$w_p = \frac{W}{\frac{dz_p}{d\zeta}} \quad (17)$$

3. PROGRAMUL DE CALCUL ȘI REZULTATE

Calculul funcției care transformă conform exteriorul cercului unitate în rețeaua de profile este cu atât mai rapid cu cit conturul C din planul \mathcal{E} este mai apropiat de cerc, fapt care depinde la rindul său de departarea dintre conturul E și elipsa proximă.

$ \lambda $	15	30	45
t/b	R	R	R
0.65	1.1854	1.1547	1.1069
0.7	1.2258	1.1920	1.1382
0.75	1.2686	1.2321	1.1732
0.8	1.3135	1.2748	1.2115
0.85	1.3604	1.3198	1.2529
0.9	1.4089	1.3667	1.2970

Tabelul 2

θ	c/c_f	λ_f	$(t/b)_f$	R_f
0	1.	30	0.80	1.2748
1.84	1.025	31.8	0.82	1.2860
4.20	1.068	34.2	0.85	1.3075
5.49	1.105	35.5	0.88	1.3297
7.77	1.126	37.8	0.90	1.3347
9.25	1.148	39.2	0.92	1.3439

Pentru unghiuri θ pozitive (fig. 3) se obține o scădere a deșinii dar o creștere a unghiului de instalare, însă fiindcă ponderea lui t/b este mai mare decât a lui λ , se obține o creștere a lui R (tabel 2).

Coarda rețelei modificate trebuie aleasă astfel încât să se respecte condiția:

$$|y| < \frac{t}{2} \cos \lambda \quad (18)$$

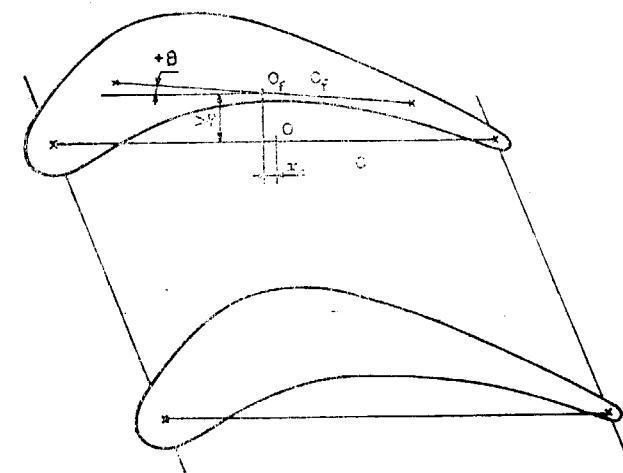


Fig. 3

unde y sunt coordonatele profilului. Cu condiția (18) profilul E nu are puncte la infinit. Față de coarda fictivă, relația (18) se scrie:

$$|(x - x_e) \sin \theta + (y - y_e) \cos \theta| < \frac{t}{2} \cos (\lambda + \theta) \quad (19)$$

unde (x_e, y_e) este centrul corzii fictive (fig. 3).

Prin alegerea parametrilor θ , (x_e, y_e) în afară de grăbirea convergenței se permite studiul unor profile de curbură și desime mai mare.

La obținerea conturului E cu metoda Newton-Raphson, în programul de calcul s-a impus o eroare maximă de $\epsilon = 10^{-5} b$.

Procesul iterativ de determinare a coeficienților seriei (4) se oprește dacă $\frac{1}{b} \sum_{i=1}^m d_i < 0.01$, unde d_i este distanța între punctul $z_1(\zeta_i)$ și proiecția lui pe curba C .

Acestea sint singurele două surse de erori ale programului. Datorită condițiilor restrictive impuse, verificarea care se face transformând conform exteriorul cercului unitate în rețeaua de profile dată dovedește determinarea foarte precisă a funcției $z_p(\zeta)$.

Ca urmare și distribuția de viteze, pentru ipotezele în care se face calculul, se obține corect. Pentru verificare, s-a făcut o comparație (fig. 4) pentru profile obținute cu metoda dată în [1], pentru care se cunoaște deci soluția exactă. În acest fel, s-a verificat că reprezentarea profilului

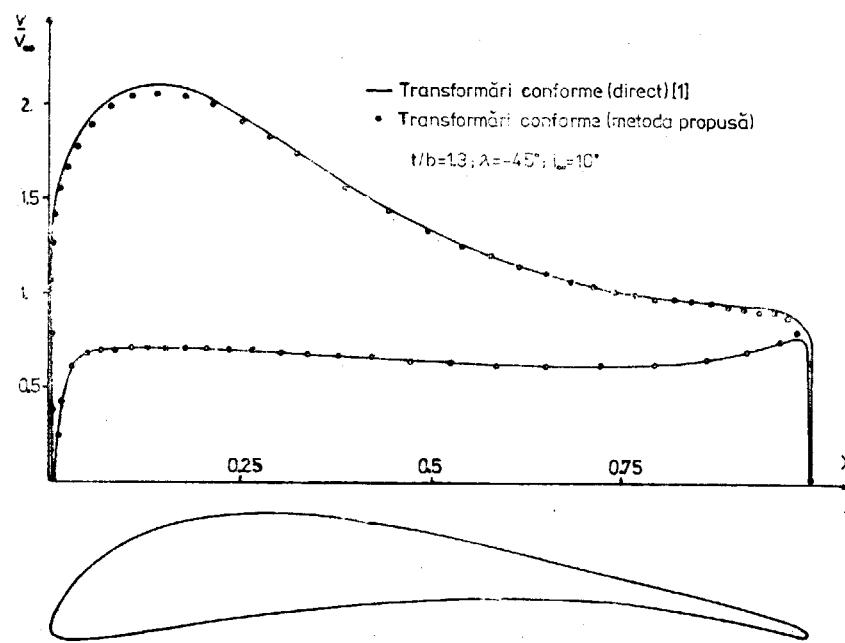


Fig. 4

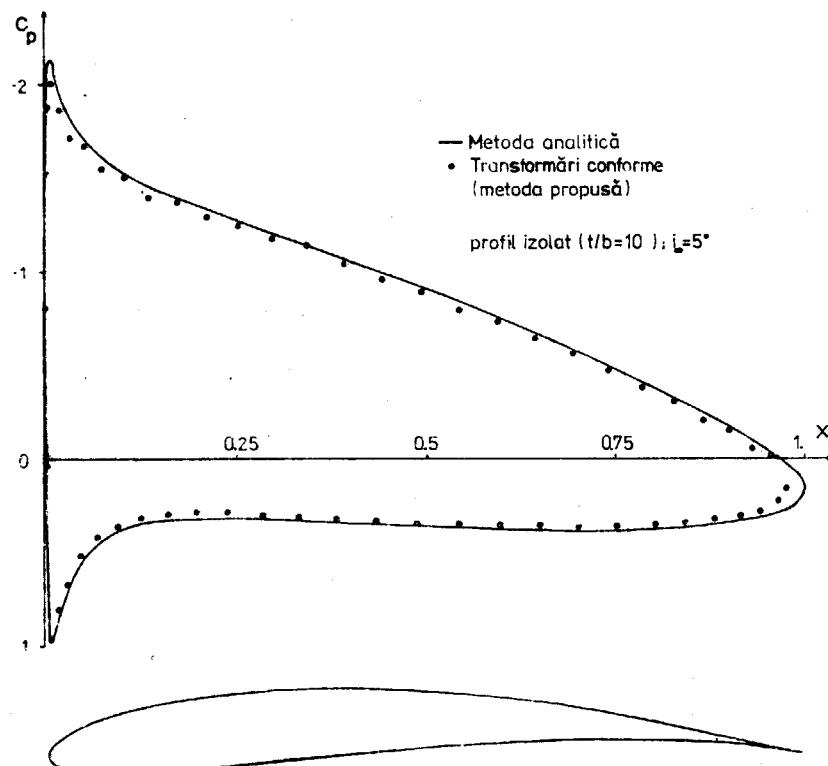


Fig. 5

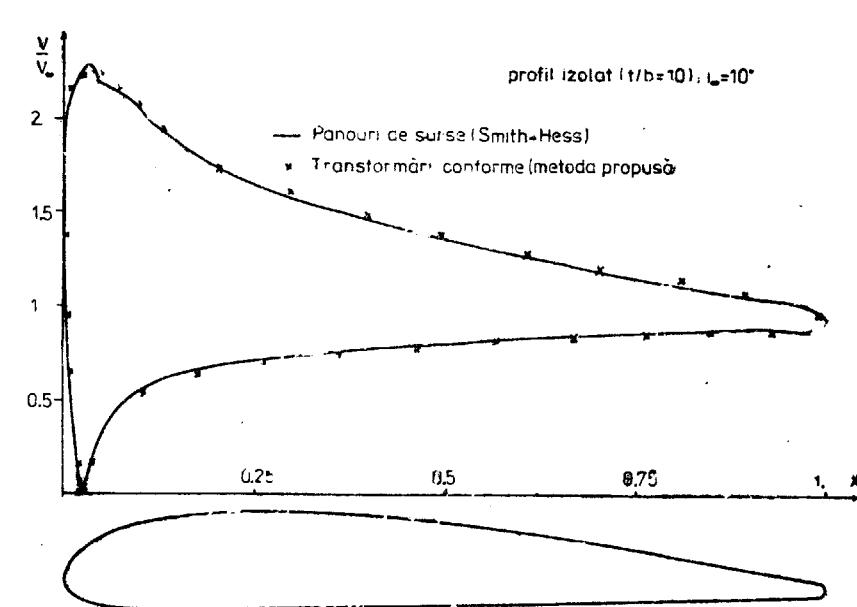


Fig. 6

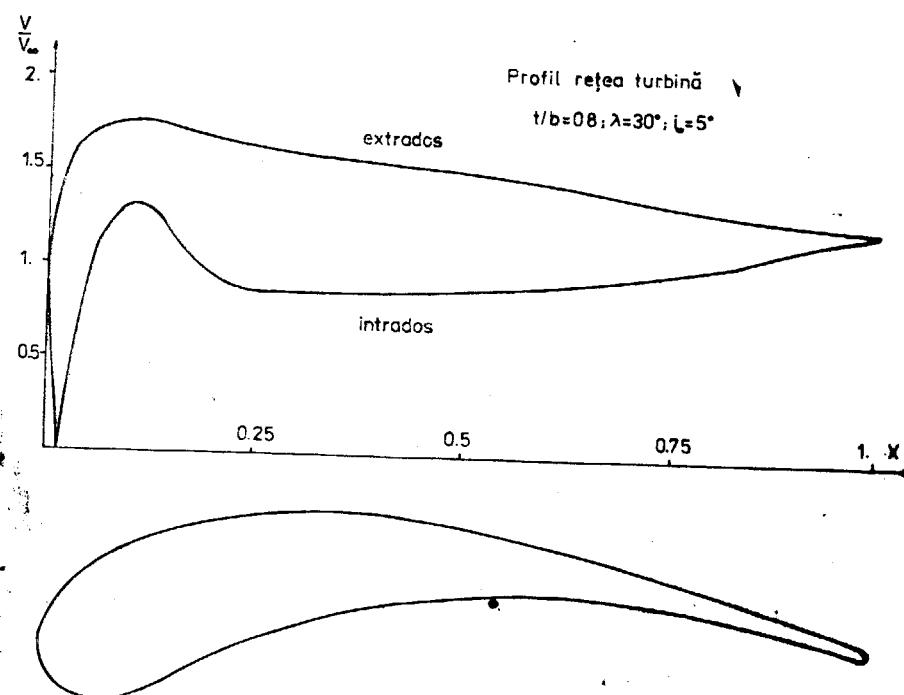


Fig. 7

dat prin 40 – 60 puncte este satisfăcătoare pentru determinarea completă a mișcării.

Metoda poate fi extinsă la studiul profilelor izolate dacă se alege o desime mică a rețelei ($t/b > 3 \dots 5$). Astfel pentru $t/b = 10$ s-a făcut o comparație cu distribuția de viteze analitică în cazul unui profil Jukovski izolat, figura 5. De asemenea s-a făcut o comparație cu metoda pauourilor de surse [6], figura 6. În ambele cazuri se constată o bună concordanță.

În figura 7 este prezentată distribuția de viteze pe un profil gros, într-o rețea cu desime mare ($t/b = 0,8$), pentru calculul căreia s-a utilizat facilitatea definirii unei corzi fictive.

4. CONCLUZII

Metoda propusă este simplă, stabilă și permite calculul analitic al distribuției de viteze în tot cimpul de mișcare, imediat ce coeficienții transformării conforme au fost determinați.

Față de alte metode care utilizează transformarea conformă a rețelei de profile pe o rețea de cercuri [4], metoda propusă prezintă avantajul unei expresii inchise a potențialului mișcării odată ce transformarea a fost găsită. În schimb, apar unele limitări pentru cazul rețelelor de profile foarte groase și dese ($t/b < 0,5$, grosime mai mare de 0,35 – 0,40).

Primită în redacție la 20 martie 1990

BIBLIOGRAFIE

1. C. BERBENTE, *O extindere a metodei de trasare Carafoli la rețele de profile*, St. cerc. mecc. apl., **40**, 6 (1981).
2. C. BERBENTE, D. TIGANU, *Utilizarea transformării Weinig-Manea la transformarea unui contur eliptic* (Sesiunea Științifică I. P. B., București, 1983).
3. C. BERBENTE, P. CIZMAŞ, *Utilizarea transformării Weinig-Manea la o rețea de profile groase* (Sesiunea Științifică I.P.B., București, 1984)
4. V. P. FILGIACOVA, *Reprezentările conforme ale domeniilor de tip special*, Naukova Dumka, Kiev, 1972.
5. C. BERBENTE, N. V. CONSTANTINESCU, *Dinamica gazelor*, partea I, I.P.B., 1985.
6. C. DIMA, *Calculul distribuției de presiuni pe profilele ARA-D*, Raport INCREST, Cod PE-E-219, iunie 1986.

MODELAREA ADAPTIVĂ ASISTATĂ DE CALCULATOR A AVANSULUI SAPEI DE FORAJ

de GH. CREMENESCU și I. DUMITRESCU

Institutul de Petrol și Gaze, Ploiești

Prin programele de aplicație implementate pe structura îcrarhizată de conducere în regim de ghid operator a procesului de foraj (constituță din microcalculator de proces și minicalculator universal), se achiziționează în timp real datele măsurate de traductoare, apoi se prelucră acestea în timp independent, pentru adaptarea modelului matematic al procesului de dislocare la condițiile concrete de lucru ale sapei pe talpă.

Programele IDENT și MODEL scrise în limbaj FORTRAN 77 prelucră după metode ale statisticii matematice datele experimentale achiziționate în teste de foraj, apoi afișează structura și coeficienții modelului în funcție de tipul de dislocare a rocii.

1. ARGUMENTE PENTRU MODELAREA ADAPTIVĂ

În condițiile extinderii forajului de mare adâncime, de pe planete marine și a forajului la echilibru, cercetarea actuală are ca obiect majore creșterea securității și eficienței economice a procesului de foraj mecanică a rocilor.

Această opțiune este justificată de faptul că decompoziția terenului a procesului de foraj – sistem tehnic cu structură mare – evitațiază faptul că procesul de dislocare are cea mai mare pondere din cadrul construcției și durata execuției sondelor [3, 5].

Complexitatea deosebită a procesului, numărul mare de variații modelele matematice neliniare cu parametri variabili aleator incunună pentru rezolvarea acestor obiective, ridicarea nivelului tehnic al tehnicii forării sondelor prin [4, 7] :

— măsurarea și achiziționarea tuturor informațiilor posibile privind informațiunile traversate, desfășurarea procesului de foraj și funcționarea echipamentului de foraj ;

— prelucrarea în timp util a tuturor informațiilor disponibile pentru elaborării unor modele matematice cât mai fidabile realității, al sugerării și al diagnosticării funcționării procesului de foraj, al asigurării securității echipamentului și brigăzii de foraj, al elaborării unor programe de lucru îmbunătățite ;

— extinderea și perfecționarea mijloacelor de automatizare utilizate în foraj, la nivelul tehnicii contemporane ;

— implementarea microcalculatoarelor și minicalculatoarelor configurație „on-line”, pentru conducederea procesului de foraj pe baze fundații științifice.

Pătrunderea întîrziată a calculatoarelor electronice și a structurilor evoluante de conducere, în domeniul forării sondelor, a fost cauzată de lipsa sau confiența scăzută a modelului matematic al procesului.